Acta Cryst. (1980). A36, 416-420

# Über den Zusammenhang zwischen der mittleren quadratischen Auslenkung $\langle u^2 \rangle$ der Atome im Kristallgitter und der spezifischen Wärme $c_{i}$ , für Zink

VON ELISABETH ROSSMANITH

Mineralogisch-Petrographisches Institut der Universität Hamburg, 2000 Hamburg 13, Grindelallee 48, Bundesrepublik Deutschland

(Eingegangen am 24. September 1979; angenommen am 14. November 1979)

#### Abstract

The mean-square displacement of atoms in the Zn lattice,  $\langle u^2 \rangle$ , and the specific heat,  $c_v$ , have been calculated as functions of temperature with the help of the Debye frequency spectrum as well as with the help of the lattice vibrational spectrum calculated from inelastic neutron intensity data. The results are compared with experimental values and with the results of calculations of  $\langle u^2 \rangle$  using the frequency spectrum derived from thermodynamical data.

#### Einleitung

Für Kristalle, die nur aus einer Atomsorte bestehen, führen gitterdynamische Betrachtungen für den Mittelwert der quadratischen Auslenkung der Atome im Gitter  $\langle u^2 \rangle$  in der harmonischen Näherung zu (Blackman, 1955; Born & Huang, 1954; Willis & Pryor, 1975):

$$\langle u^2 \rangle = \frac{\frac{1}{m} \int \left( \frac{\hbar \omega}{2} + \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega/kT} - 1} \right) \frac{g(\omega)}{\omega^2} d\omega}{\int g(\omega) d\omega} .$$
(1)

Für die spezifische Wärme bei konstantem Volumen  $c_v$  erhält man in der harmonischen Näherung:

$$c_v = 3kN \int \frac{(\hbar\omega/kT)^2 e^{\hbar\omega/kT}}{(e^{\hbar\omega/kT} - 1)^2} g(\omega) \,\mathrm{d}\omega / \int g(\omega) \,\mathrm{d}\omega. \quad (2)$$

Hierbei bedeuten *m* die Atommasse,  $\hbar$  das Plancksche Wirkungsquantum geteilt durch  $2\pi$ , *k* die Boltzmannkonstante, *T* die absolute Temperatur und *N* die Loschmidtsche Zahl.

Integriert wird über die Frequenz  $\omega$ .  $g(\omega)$  ist das Frequenzspektrum der gequantelten Atomschwingungen im Kristall. Setzt man in (1) und (2) für  $g(\omega)$ 

0567-7394/80/030416-05\$01.00

das Debyesche Frequenzspektrum

$$g(\omega) = \begin{cases} 9N\omega^2/\omega_D^3 & \text{für } \omega \le \omega_D \\ 0 & \text{für } \omega > \omega_D \end{cases}$$

ein, so erhält man für  $\langle u^2 \rangle$  und  $c_v$ , mit  $\Theta_D = \hbar \omega_D / k$  die Debyeschen Näherungen.

$$\langle u^2 \rangle = \frac{3\hbar T}{mk\Theta_D^2} \left\{ \frac{T}{\Theta_D} \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x}{e^x - 1} \, \mathrm{d}x + \frac{1}{4} \frac{\Theta}{T} \right\}, \quad (3)$$
$$c_v = 9Nk \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} \, \mathrm{d}x. \quad (4)$$

Die Debye-Temperatur  $\Theta_D$ , auch charakteristische Temperatur genannt, ist nach der Debyeschen Theorie eine Materialkonstante, die der maximalen Gitterschwingungsfrequenz  $\omega_D$  proportional ist. Danach müsste man, wenn man die Debye-Temperatur z.B. aus dem experimentell bestimmten  $c_v$  errechnet hat,  $\langle u^2 \rangle$ 



Fig. 1. Frequenzspektren für Zink und Gewichtsfunktionen. Kurve 1: Frequenzspektrum nach Young & Koppel (1964); 2: Debye Spektrum; 3: W(u) für T = 100, 200 und 300 K; 4:  $W(c_v)$  für T = 100, 200 und 300 K.

© 1980 International Union of Crystallography

nach (3) für den gesamten Temperaturebereich berechnen können.

Tatsächlich ist dies aber nicht möglich, da die Debye-Temperatur, wie die Bestimmung von  $\Theta_D$  aus  $c_v$ bei verschiedenen Temperaturen ergibt, nicht konstant, sondern eine Funktion der Temperatur ist. Ausserdem erhält man verschiedene Werte für  $\Theta_D$ , je nachdem, ob man sie aus  $c_v$  oder  $\langle u^2 \rangle$  bestimmt.

Die Ursache dafür wird ersichtlich, wenn man das Debye-Spektrum mit dem tatsächlichen Frequenzspektrum vergleicht. In Fig. 1 sehen wir das von Young & Koppel (1964) berechnete Frequenzspektrum für Zink. Ausserdem wurde das Debyesche Spektrum  $(9N/\omega_D^3)\omega^2$  mit der  $\Theta_D = 206,7$  K entsprechenden Grenzfrequenz eingezeichnet. Dieser  $\Theta_D$  Wert wurde aus  $\langle u^2 \rangle$  bei T = 298 K bestimmt (Rossmanith, 1979).

Ebenfalls in Fig. 1 dargestellt sind die 'Gewichtsfunktionen' W(u) und  $W(c_v)$  für T = 100, 200 und 300 K. Die Gewichtsfunktionen stellen die Funktionen dar, mit denen  $g(\omega)$  in (1) und (2) unter dem Integral multipliziert wird.

$$W(u) = (\hbar/\omega)[\frac{1}{2} + 1/(e^{\hbar\omega/kT} - 1)],$$
  
$$W(c_u) = (\hbar\omega/kT)^2 e^{\hbar\omega/kT}/(e^{\hbar\omega/kT} - 1)^2.$$

Man sieht sofort (Herbstein, 1960), dass die verschiedenen Teile des Frequenzspektrums bei der Berechnung von  $\langle u^2 \rangle$  bzw.  $c_v$  verschieden gewichtet werden.

Die Berechnung von  $\langle u^2 \rangle$  und  $c_v$  in der Debyeschen Näherung bedeutet also ein Anpassen des gewichteten Debye-Spektrums an das gewichtete tatsächliche Spektrum. Es ist daher nicht verwunderlich, dass sich die aus den beiden Grössen  $\langle u^2 \rangle$  und  $c_v$  ermittelten Grenzfrequenzen und damit Debye-Temperaturen unterscheiden.

Auch die Nichtkonstanz der Debye-Temperatur für verschiedene Temperaturen wird aus Fig. 1 verständlich. Die Gewichtsfunktionen W(u) und  $W(c_v)$ ändern sich mit der Temperatur und damit ändern sich auch die Frequenzbereiche des tatsächlichen und des Debye-Spektrums, die aneinander angepasst werden müssen.

# Berechnung von $\langle u^2 \rangle$ und $c_v$ mit dem Debye-Frequenzspektrum

#### Die Debye-Temperatur des Zink

Passt man die mit (3) und (4) berechneten  $\langle u^2 \rangle$  und  $c_v$  Werte für verschiedene Temperaturen an gemessene  $\langle u^2 \rangle$  bzw.  $c_v$  Werte an, so erhält man  $\Theta_D$  als Funktion der Temperatur.

Die Kurve 5 in Fig. 2 zeigt  $\Theta_D^M(T)$ , die nach (3) aus von Skelton & Katz (1968) gemessenen  $\langle u^2 \rangle$  Werten berechnete Temperaturabhängigkeit der Debye-Tem-

peratur. Kurven 1, 2 und 3 stellen die Temperaturabhängigkeit der aus  $c_v$  bestimmten Debye-Temperatur  $\Theta_{D^v}^c$  dar. Kurve 1 gibt die  $\Theta_{D^v}^c$  Werte von Eichenauer & Schulze (1959) wieder.

Zur Umrechnung der von ihnen gemessenen spezifischen Wärme bei konstantem Druck,  $c_p$ , in  $c_v$ , verwendeten Eichenauer & Schulze (1959) die Beziehung

$$c_{p}-c_{v}=T\beta^{2}v/\chi$$

 $(\beta = \text{kubischer Ausdehnungskoeffizient}, \chi = \text{Kompressibilitätskoeffizient}, v = \text{Volumen}$ ). Dieses  $c_v$  benutzen Eichenauer & Schulze (1959) zur Berechnung von  $\Theta_{C^v}^c$ .

Kurve 2 in Fig. 2 erhält man, wenn man die Debye-Temperatur aus  $c_v^{\text{korr}}$ , d.h. nach Abzug des elektronischen Anteils an der spezifischen Wärme,  $c_v^{\text{korr}} = c_v - c_v^{\text{el}}(c_v^{\text{el}} = 0.653T \text{ mJ/mol})$ , berechnet.

Barron & Munn (1967*a*) erhielten  $c_v$  mit Hilfe der Beziehung

$$c_{p}/c_{v} = 1 + T(2\alpha_{\perp} \gamma_{\perp} + \alpha_{\parallel} \gamma_{\parallel})$$

 $(\alpha_{\perp}, \alpha_{\parallel}, \gamma_{\perp}, \gamma_{\parallel} =$  thermischer Ausdehnungskoeffizient bzw. Grüneisenparameter  $\perp$  und  $\parallel$  zur hexagonalen Achse) aus den von Eichenauer & Schulze (1959) gemessenen  $c_p$  Werten. Nach Korrektur für den Elektronenanteil an der spezifischen Wärme, errechneten sie Kurve 3 für die Temperaturabhängigkeit von  $\mathcal{O}_{D^*}^{c_v}$ . Ältere, in der Literatur angegebene, aus der spezifischen Wärme bestimmte  $\mathcal{O}_D$  Werte können nicht zum Vergleich herangezogen werden, da grossteils keine Angaben über die Umrechnung von  $c_p$  in  $c_v$  und





über die Korrektur des Elektronen-Anteils an der spezifischen Wärme vorliegen und meist auch nicht bekannt ist, bei welcher Temperatur  $\Theta_D$  bestimmt worden ist.

Wie empfindlich aber der Wert von  $\Theta_D$  gegenüber kleinen Änderungen von  $c_v$  im höheren Temperaturbereich ist, zeigt der Vergleich der Kurven 1, 2 und 3 in Fig. 2.

Wie in der Einleitung dargelegt (Fig. 1), zeigt Fig. 2 deutlich, dass die Debye-Temperaturen, die aus  $\langle u^2 \rangle$ bzw.  $c_v$  bestimmt werden, sich nicht nur unterscheiden, sondern auch unterschiedliches Temperaturverhalten zeigen.

# Berechnung von $\langle u^2 \rangle$ und $c_v$ mit dem Frequenzspektrum $g(\omega)$ von Zink

Young & Koppel (1964) haben die aus inelastischer Neutronenstreuung ermittelten Dispersionsrelationen und Kraftkonstanten für Zink von Borgonovi, Caglioti & Antal (1963) benutzt, um das Frequenzspektrum  $g(\omega)$  zu berechnen.

Da die Funktion  $g(\omega)$  nicht analytisch sondern nur als Kurve in der Abbildung 5 der Arbeit von Young & Koppel (1964) vorliegt, wurden aus dieser Abbildung für 80 äquidistante Stützpunkte  $\omega_n$  die zugehörigen  $g(\omega_n)$  abgelesen. Weitere 10 Zwischenwerte für  $g(\omega)$ zwischen je zwei Stützpunkten wurden durch lineare Interpolation bestimmt. Diese  $g(\omega_n)$  Werte wurden auch zur Darstellung des Frequenzspektrums in Fig. 1 benutzt.

Ersetzt man in den Gleichungen (1) und (2) die Integrale durch Summen, so kann man schliesslich  $\langle u^2(T) \rangle$  aus

$$\left\langle u^{2}(T)\right\rangle = \sum_{n=0}^{800} W(u)_{\omega_{n}} g(\omega_{n}) \ m \Big/ \sum_{n=0}^{800} g(\omega_{n}) \quad (5)$$

und  $c_v(T)$  aus

$$c_{v} = 3kN \sum_{n=0}^{800} W(c_{v})_{\omega_{n}} g(\omega_{n}) / \sum_{n=0}^{800} g(\omega_{n})$$
(6)

berechnen.

#### Diskussion der Ergebnisse

In Fig. 3 und 4 sind die Ergebnisse der Berechnungen von  $c_v$  und  $\langle u^2 \rangle$  zusammengefasst.

Die experimentellen Werte für  $c_v$  in Fig. 3 sinde die von Eichenauer & Schulze (1959) gemessenen und um  $c_v^{\rm el}$  verminderten Werte für die spezifische Wärme für Zink. Da die Differenz  $c_v$  zwischen den experimentellen Werten  $c_v^{\text{exp}}$  und den berechneten  $c_v^{\text{theor}}$  für die Kurven 2 und 4 zu klein sind, um in Fig. 3(*a*) deutlich darstellbar zu sein, wurde  $\Delta c_v = c_v^{\text{theor}} - c_v^{\text{exp}}$  in Fig. 3(*b*) gegen die Temperatur aufgetragen.

Von den, nach der Debye-Theorie [Gleichung (4)] für  $\Theta_D^{c_v}$  von 190 bis 285 K in 1 K Schritten verechneten  $c_v-T$  Kurven, wurden 3 (Kurve 1, 2 und 3) in die Fig. 3 aufgenommen, um einen Vergleich mit den Ergebnissen der Berechnung von  $c_v$  nach (6) zu ermöglichen. Als Mass für die Güte der Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie wurde für alle  $c_v-T$  Kurven

$$R = (\sum \Delta c_v^2 / \sum c_v^{\exp 2})^{1/2}$$

berechnet. Kurve 2 stellt die beste Übereinstimmung in der Debyeschen Näherung dar (R = 0,018). Die Kurven 1 und 3 sind Beispiele für gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie für niedrige (T = 20 K) bzw. Zimmertemperatur (T = 300 K). Kurve 4 in Fig. 3(b) stellt das Ergebnis der Berechnung von  $c_v$ nach (6) dar. Die Übereinstimmung mit den experimentellen Werten ist über dem gesamten betrachteten Temperaturbereich sehr gut (R = 0,011).

 $\Delta c_v$  ist am grössten für Temperaturen zwischen 20 und 110 K. Für diesen Temperaturbereich finden wir in Fig. 2 für  $\Theta_D^{e_v}$  (Kurven 1, 2 und 3) ein Maximum, dass sich mit keiner einfachen Theorie erklären lässt und daher von Barron & Munn (1967*a*) als Folge systematischer Fehler bei der  $c_v$  Messung in diesem Bereich angesehen wird. Kurve 4 in Fig. 2 stellt  $\Theta_D^{e_v}$  dar, das dem nach (6) mit Hilfe von  $g(\omega)$  berechneten  $c_v$ entspricht. Dieser Kurvenverlauf stellt das Temperaturverhalten von  $\Theta_D^{e_v}$  dar, das man theoretisch erwartet und auch für andere Substanzen gefunden hat.



Fig. 3. (a)  $c_v$  als Funktion von T. (b)  $\Delta c_v$  als Funktion von T. Kurve 1:  $c_v$  bzw.  $\Delta c_v$  berechnet nach (4) mit  $\Theta = 206$  K; R = 0,043; 2:  $\Delta c_v$  berechnet nach (4) mit  $\Theta = 230$  K; R = 0,018; 3:  $c_v$  bzw.  $\Delta c_v$ berechnet nach (4) mit  $\Theta = 254$  K; R = 0,042; 4:  $c_v$  berechnet nach (5); R = 0,011; O: experimentelle  $c_v$  Werte (Fehler <0,2%).

Die Differenz  $\Delta c_v$  für T > 240 K (Fig. 3b, Kurve 4) könnte auf die möglicherweise ungenaue  $c_p - c_v$ Umrechnung und auf eine fehlerhafte Korrektur der spezifischen Wärme für den Elektronenanteil zurückzuführen sein, da die verwendete Korrektur  $c_v^{el}$  für tiefe Temperaturen gilt (Barron & Munn, 1967a).

In Fig. 4 sind die experimentellen Werte für die  $\langle u^2 \rangle$  der Arbeit von Skelton & Katz (1968) entnommen. Die Kurven 1, 2 und 3 geben die Berechnung von  $\langle u^2 \rangle$  nach der Debyeschen Näherung [Gleichung (3)] für  $\Theta_D^m$  = 200, 230 und 206,7 K wieder. Kurve 5 stellt das Ergebnis der Berechnung nach (5) dar.

Ebenfalls eingezeichnet sind die  $\langle u^2 \rangle$  Werte, die Barron & Munn (1967*a*,*b*) aus thermodynamischen Daten nach der in den Arbeiten von Salter (1965), Barron, Berg & Morrison (1957) und Barron, Leadbetter, Morrison & Salter (1966) beschriebenen Methode berechnet haben.

Diese Methode ergibt, wie auch die Berechnung nach (5),  $\langle u^2 \rangle$  in der harmonischen Näherung. Um für den anharmonischen Anteil an der Gitterschwingung, durch den ja die Wärmeausdehnung des Kristalls bewirkt wird, zu korrigieren, benutzen Barron & Munn (1967b) folgendes Verfahren.

Nach (3) berechnen sie für den Temperaturbereich von 0 bis 300 K aus  $\langle u^2(T) \rangle$  die zugehörigen Debye-Temperaturen. Dehnt sich der Kristall aus, so werden die Atomabstände grösser, die Bindungskräfte und damit die Schwingungsfrequenz kleiner. In der



Fig. 4. Die mittlere quadratische Auslenkung der Zinkatome als Funktion der Temperatur. Kurve 1: berechnet nach (3) mit  $\Theta =$ 200 K; 2: berechnet nach (3) mit  $\Theta =$  230 K; 3: berechnet nach (3) mit  $\Theta =$  206,7 K; 4a: nach Barron & Munn (1967b), ohne Korrektur für Wärmeausdehnung; 4b: nach Barron & Munn (1967b), mit Korrektur für Wärmeausdehnung; 5: diese Arbeit, berechnet mit (6), ohne Korrektur für Wärmeausdehnung;  $\Theta$ : diese Arbeit, berechnet mit (6), mit Korrektur für Wärmeausdehnung; O: experimentelle Werte nach Skelton & Katz (1968).

Debyeschen Näherung bedeutet das, dass auch die Debye-Temperatur, die ja der Grenzfrequenz proportional ist, mit steigender Temperatur sinkt.

Barron & Munn (1967b) korrigieren nun die den  $\langle u^2 \rangle$  Werten entsprechenden  $\Theta_D$  Werte für diesen Ausdehnungseffekt mit Hilfe der Beziehung (quasi-harmonische Näherung)

$$\Theta_D^{\text{Korr}}/\Theta_D = (a_0/a_T)^{2\gamma \perp (-2)} (c_0/c_T)^{\gamma \parallel (-2)}.$$

 $a_0$ ,  $a_T$ ,  $c_0$  und  $c_T$  sind die Gitterkonstanten bei 0 K bzw. der Temperatur T und  $\gamma_{\perp}(-2)$  und  $\gamma_{\parallel}(-2)$  sind Grüneisenparameter, die in Barron & Munn (1967*a*) gegeben sind. Aus diesen korrigierten  $\Theta_D$  Werten berechneten sie wieder nach (3) die zugehörigen Werte für die mittlere quadratische Auslenkung der Zn Atome  $\langle u^2 \rangle_{korr}$ . Die so korrigierten  $\langle u^2 \rangle$  Werte sind als Kurve 4b ebenfalls in Fig. 4 eingezeichnet.

Die verblebende Differenz zwischen experimentellen und theoretischen Werten (Kurve 4b) führen Skelton & Katz (1968) auf zusätzliche anharmonische Gitterschwingungseffekte (*constant-volume anharmonic effects*) zurück, die durch die Korrektur für die Wärmeausdehnung nicht ausreichend beschrieben werden.

Diese Deutung wird durch Arbeiten von Merisalo & Larsen (1977, 1979) unterstützt, die aus der Analyse elastischer thermischer Neutronenstreuintensitätsdaten den anharmonischen Anteil an der Gitterschwingung für T = 300 K zu bestimmen suchen.

In Tabelle 1 sind ihre Ergebnisse zusammen mit dem experimentellen Wert für 300 K von Skelton & Katz (1968) und dem in der quasiharmonischen Näherung berechneten Wert von Barron & Munn (1967b) aufgeführt.

Das Ergebnis des Fits ihrer Neutronenintensitätswerte in harmonischer Näherung sehen wir in der vorletzten Zeile der Tabelle 1. In der letzten Zeile ist der Wert für  $\langle u^2 \rangle$  angegeben, der sich aus dem harmonischen und dem anharmonischen Anteil an der Gitterschwingung zusammensetzt. Bei der Bestimmung des anharmonischen Anteils wurde für den harmonischen Anteil der von Barron & Munn (1967b) berechnete, für die Wärmeausdehnung korrigierte  $\langle u^2 \rangle$  Wert eingesetzt und beim Anpassen festgehalten.

Beide Näherungen, die harmonische, wie auch die anharmonische führen zu gleich guter Übereinstimmung mit dem Wert von Skelton & Katz

Tabelle 1. Vergleich theoretischer und experimenteller Werte von  $\langle u^2 \rangle$  bei T = 300 K

$\left< u^2 \right> ({\rm \AA}^2)$	Autor
0,0149 (8)	Barron & Munn (1967a,b)
0,0161 (5)	Skelton & Katz (1968)
0,0162 (4)	Merisalo & Larsen (1977), harmonischer Fit
0,0162 (4)	Merisalo & Larsen (1977), anharmonischer Fit

(1968). Darüber hinaus sind der harmonische und der anharmonische Anteil an der Gitterschwingung so stark korreliert, dass so manche Kombination dieser beiden Anteile zu gleich guten Ergebnissen führt.

Ausserdem ist zu bedenken, dass das von Merisalo & Larsen (1977) benutzte  $\langle u^2 \rangle$  von Barron & Munn (1967b) in der quasiharmonischen Näherung berechnet ist, d.h. Anharmonizität ist insofern schon berücksichtigt, als sie die Ausdehnung des Kristalls bewirkt.

Die nach (5) in der harmonischen Näherung berechneten Werte für  $\langle u^2 \rangle$  liegen für T > 100 K deutlich unter den experimentell bestimmten Werten (Fig. 4, Kurve 5). Daher wurde für T > 100 K die mittlere quadratische Auslenkung der Atome nach der Methode von Barron & Munn (1967b) für die Volumsausdehnung des Kristalls bei Temperaturerhöhung korrigiert.

Die Übereinstimmung der so korrigierten  $\langle u^2 \rangle$ Werte ( $\bullet$  in Fig. 4) mit den experimentellen Werten ist sehr gut. Es scheint also, dass zumindest in dem betrachteten Temperaturbereich zwischen 10 und 300 K die quasiharmonische Theorie für Zink zu befriedigenden Ergebnissen führt.

Frau S. Mertig möchte ich für die Hilfe bei der Durchführung meiner Rechenprogramme und Frau B. Cornelisen für die Ausführung der Abbildungen danken.

#### Literatur

- BARRON, T. H. K., BERG, W. T. & MORRISON, J. A. (1957). Proc. R. Soc. London Ser. A, **242**, 478–492.
- BARRON, T. H. K., LEADBETTER, A. J., MORRISON, J. A. & SALTER, L. S. (1966). Acta Cryst. 20, 125–131.
- BARRON, T. H. K. & MUNN, R. W. (1967a). Philos. Mag. 15, 85–103.
- BARRON, T. H. K. & MUNN, R. W. (1967b). Acta Cryst. 22, 170–173.
- BLACKMAN, M. (1955). Handbuch der Physik, Kristallphysik I, pp. 325–382. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verlag.
- BORGONOVI, G., CAGLIOTI, G. & ANTAL, J. J. (1963). Phys. Rev. 132, 2, 683-688.
- BORN, M. & HUANG, K. (1954). Dynamical Theory of Crystal Lattices. Oxford: Univ. Press.
- EICHENAUER, W. & SCHULZE, M. (1959). Z. Naturforsch. Teil A, 14, 28-32.
- HERBSTEIN, F. H. (1960). Adv. Phys. 10, 313-355.
- MERISALO, M. & LARSEN, F. K. (1977). Acta Cryst. A33, 351–354.
- MERISALO, M. & LARSEN, F. K., (1979). Acta Cryst. A35, 325–327.
- ROSSMANITH, E. (1979). Acta Cryst. A35, 243–245.
- SALTER, L. S. (1965). Adv. Phys. 14, 1-37.
- SKELTON, E. F. & KATZ, J. K. (1968). Phys. Rev. 171, 3, 801–808.
- WILLIS, B. T. M. & PRYOR, A. W. (1975). Thermal Vibrations in Crystallography. Cambridge Univ. Press.
- YOUNG, J. A. & KOPPEL, J. U. (1964). *Phys. Rev.* 134, 6A, A1476–A1479.

Acta Cryst. (1980). A36, 420-428

# Morphologie Théorique du Composé Al<sub>3</sub>Ni et Comparaison avec les Formes Observées

PAR D. TASSONI

TALLER, Calle Monsinor Granadillo 102-80, Valencia, Venezuela

ET J. P. RIQUET ET F. DURAND

Laboratoire de Thermodynamique et Physico-Chimie Métallurgiques associé au CNRS (LA 29), ENSEEG, Domaine Universitaire BP 44, 38401 Saint Martin d'Hères, France

(Reçu le 27 mars 1979, accepté le 19 novembre 1979)

#### Abstract

The theoretical crystal morphology of the  $Al_3Ni$ intermetallic compound has been deduced from energy calculations. 14 directions of atomic periodic bond chains have been defined, using the Hartman method, from which 11 facet orientations have been determined. For each of them a computer simulation has given the relative potential energy of the atoms at the different sites on the surface, the corresponding energy of 0567-7394/80/030420-09\$01.00 fixing and hence the attachment order of the atoms. The theoretical morphology of  $Al_3Ni$  is shown to be made from planes {110}, {101}, {101}, {020} and {002}. The first four plane directions have been observed on dendrites and massive crystals.

### 1. Introduction

Les cristaux bien formés présentent un ensemble de facettes caractéristiques, ensemble qui est désigné sous © 1980 International Union of Crystallography